



บทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

8.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย



คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 8.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายมีลักษณะอย่างไร

2. จงอธิบายตำแหน่งสมดุล

3. การเคลื่อนที่แบบวงกลมของลูกยาง การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย เป็นการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายหรือไม่ อย่างไร



แบบฝึกหัด 8.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย

1. ถ้าอนุภาคสั้นครบ 20 รอบ ในเวลา 50 วินาที จงหาความถี่และคาบของอนุภาค (0.50 Hz, 2.0 วินาที)

2. จงหาคาบการเคลื่อนที่ต่อไปนี้ (ในหน่วยวินาที)

ก. ชีพจรเต้น 29 ครั้ง ใน 20 วินาที (0.69 วินาที)

ข. เครื่องยนต์หมุน 3200 รอบต่อนาที (0.019 วินาที)

3. จงหาความถี่ของเหตุการณ์ต่อไปนี้

ก. สายซอสสั้น 43 รอบ ใน 0.1 วินาที (430 วินาที⁻¹)

ข. ใบพัดเครื่องบินอาหารหมุน 13,000 รอบ ใน 1 วินาที (216.7 วินาที⁻¹)

4. คันเคาะเครื่องเคาะสัญญาณเวลาทำให้เกิดจุดบนแถบกระดาษ 1,200 จุด ใน 1 วินาที คาบและความถี่ของคันเคาะมีค่าเท่าใด ในหน่วยวินาที และต่อวินาทีหรือเฮิร์ตซ์ ตามลำดับ (0.05 วินาที, 20 วินาที⁻¹)



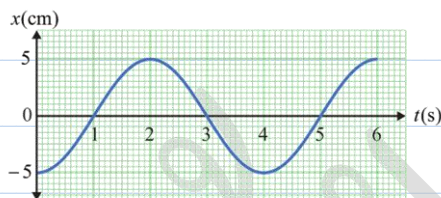
8.2 ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย



คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 8.2 ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. กราฟระหว่างการกระจัดกับเวลาของวัตถุชิ้นหนึ่งที่มีการเคลื่อนที่ฮาร์มอนิกอย่างง่ายให้ข้อมูลอะไรบ้าง

2. จากกราฟในตัวอย่าง 8.3 จงบรรยายการเคลื่อนที่ของวัตถุ



รูป ประกอบตัวอย่าง 8.3

3. ขณะที่วัตถุสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ปริมาณใดที่ทิศทางตรงกันข้ามกันเสมอ

4. วัตถุที่สั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายโดยมีแอมพลิจูดเท่ากับ A วัตถุจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางเท่าใดในเวลา 1 คาบ

5. จงอธิบายละเอียดของปริมาณต่างๆ ในสมการการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย $x = A \sin(\omega t + \phi)$

6. มุมเฟสและเฟสเริ่มต้น ต่างกันอย่างไร และมีความสำคัญอย่างไร



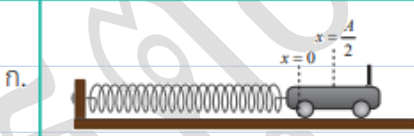
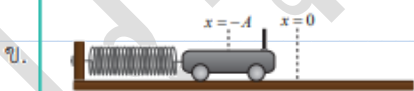
แบบฝึกหัด 8.2 ปริมาณที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายมีแอมพลิจูด 30 เซนติเมตร มีคาบการเคลื่อนที่ 4 วินาที อัตราเร็วสูงสุดของการเคลื่อนที่มีค่าเท่าใด (0.15 π เมตรต่อวินาที)

2. วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยความถี่ 30 รอบต่อวินาที มีขนาดกระจัดสูงสุด 20 เซนติเมตร ความเร่งสูงสุดของวัตถุนี้มีค่าเท่าใด (0.2 π^2 เมตรต่อวินาที²)

3. จงเขียนสมการการกระจัดที่เกิดขึ้นกับเวลาของวัตถุติดปลายสปริงที่เคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายมีตำแหน่งเริ่มต้นต่างกันในตาราง กำหนดให้ความถี่เชิงมุมเท่ากับ ω แอมพลิจูดเท่ากับ A

$$\left[\text{ก} = \frac{\pi}{6}, x = A \sin \left(\omega t + \frac{3\pi}{2} \right) / \text{ข} = \frac{3\pi}{2}, x = A \sin \left(\omega t + \frac{3\pi}{2} \right) \right]$$

รูปแสดงตำแหน่งเริ่มต้นที่ $t = 0$	เฟสเริ่มต้น (ϕ)	สมการการกระจัด
ก. 		
ข. 		



4. วัตถุเคลื่อนที่ด้วยฮาร์มอนิกอย่างง่าย ด้วยความถี่ 5 รอบต่อวินาที
- | | |
|--|--------------------|
| ก. เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที วัตถุอยู่ในมุมเฟสต่างจากเดิมเท่าใด | (20π เรเดียน) |
| ข. เมื่อวัตถุอยู่ในเฟสต่างจากเดิม $\frac{21\pi}{2}$ เรเดียน วัตถุเคลื่อนที่ได้กี่รอบ | (5.25 รอบ) |
| ค. วัตถุใช้เวลาเท่าใด จึงจะอยู่เฟสต่างไปจากเดิม 4π เรเดียน | (0.4 วินาที) |

5. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายรอบจุดสมดุล O โดยมีอัตราเร็วสูงสุด 5.0 เซนติเมตรต่อวินาที และมีคาบการสั่นเท่ากับ 4π วินาที ขณะที่วัตถุมีอัตราเร็ว 3.0 เซนติเมตรต่อวินาที วัตถุอยู่จากจุดสมดุล O เป็นระยะกี่เซนติเมตร
- (8.0 เซนติเมตร)



8.3 แรงกับการสั่นของมวลติดปลายสปริงที่และลูกตุ้มอย่างง่าย



คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 8.3 แรงกับการสั่นของมวลติดปลายสปริงที่และลูกตุ้มอย่างง่าย

1. จงอธิบายแรงดึงดูดกลับ

2. ถ้าต้องการเพิ่มคาบการสั่นของวัตถุติดปลายสปริงสามารถทำได้ด้วยวิธีใดบ้าง

3. ถ้าต้องการเพิ่มความถี่เชิงมุมของลูกตุ้มอย่างง่าย ทำได้ด้วยวิธีใดบ้าง

4. ถ้าความยาวเชือกเท่ากับ 60 เซนติเมตร คาบของลูกตุ้มอย่างง่าย มวล m และ $2m$ มีค่าเท่ากันหรือไม่ อย่างไร



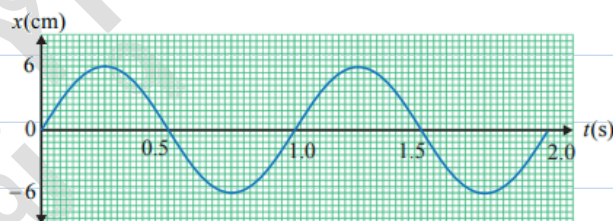


แบบฝึกหัด 8.3 แรงกับการสั่นของมวลติดปลายสปริงที่และลูกตุ้มอย่างง่าย

1. แขนมวล 4.9 กิโลกรัม กับสปริง แล้วปล่อยให้สั่นขึ้นลงได้ วัดคาบของการสั่นได้ 0.5 วินาที ถ้าแอมพลิจูด 4.9 กิโลกรัมออก สปริงจะสั้นกว่าตอนที่แขนมวลอยู่เท่าใด (0.06 เมตร)

2. เมื่อนำมวล 0.5 กิโลกรัม แขนกับปลายสปริงในแนวดิ่ง ทำให้สปริงมีความยาวเพิ่มขึ้น 4.9 เซนติเมตร ถ้าทำให้มวลติดสปริงสั่นในแนวดิ่งจะสั่นได้กี่รอบในเวลา 1 วินาที (ให้คำตอบคิดค่า π) ($\frac{5\sqrt{2}}{\pi}$ รอบต่อวินาที)

3. จากรูป เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดกับเวลาของการเคลื่อนที่ของวัตถุมวล 50.0 กรัม ซึ่งติดไว้กับปลายข้างหนึ่งของลวดสปริงเบา ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุและลวดสปริง ค่าคงตัวของลวดสปริงมีค่าเท่าใดในหน่วยนิวตันต่อเมตร (1.97 N/m)





4. ลูกเหล็กทรงกลมมวล 1 กรัม แกว่งแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มีแอมพลิจูด 2 มิลลิเมตร ความเร่งที่จุดปลายของการแกว่งมีค่า 8×10^3 เมตรต่อวินาที²

ก. จงหาความถี่ของการแกว่ง $(3.18 \times 10^2 \text{ Hz})$

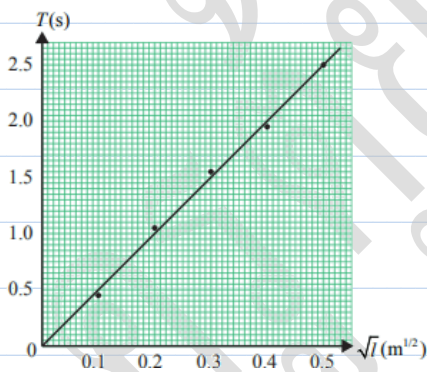
ข. จงหาความเร็วที่จุดสมดุล $(4 \text{ เมตรต่อวินาที})$

ค. จงเขียนสมการแสดงแรงที่กระทำต่อให้ลูกเหล็กทรงกลมให้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา

$$(F = -3988x \text{ และ } F = -8 \sin(1997t + \phi))$$

5. จากรูป เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคาบการแกว่งของลูกตุ้มกับรากที่สองของความยาวเชือกบนดาวดวงหนึ่ง ถ้าลูกตุ้มเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ค่าความเร่งโน้มถ่วงเนื่องจากดาวดวงนี้เป็นเท่าใด

(1.58 m/s^2)





8.4 ความถี่ธรรมชาติและการสั่นพ้อง



คำถามตรวจสอบความเข้าใจ 8.4 ความถี่ธรรมชาติและการสั่นพ้อง

1. ในการกระตุ้นให้วัตถุสั่นอย่างอิสระพบว่าทุกครั้ง วัตถุสั่นด้วยความถี่ค่าเดิมเสมอ ความถี่นี้เรียกว่าอะไร
2. จากกิจกรรม 8.3 การที่ลูกตุ้ม ที่มีความยาวเชือกเท่ากับลูกตุ้มใหญ่แกว่งด้วยการกระจัดมากที่สุด เพราะเกิดปรากฏการณ์ใด



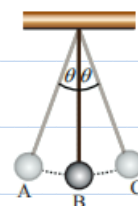
แบบฝึกหัด 8. 4 ความถี่ธรรมชาติและการสั่นพ้อง

1. จงหาความถี่ธรรมชาติการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายที่ผูกติดกับเชือกเบาที่มีความยาว 50 เซนติเมตร (0.70 Hz)
2. จงหาความถี่ธรรมชาติของวัตถุที่ติดปลายสปริง เมื่อวัตถุมีมวล 0.1 กิโลกรัม และสปริงมีค่าคงตัวของสปริง 1,000 นิวตันต่อเมตร (15.9 Hz)



คำถามท้ายบทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย

1. จงบรรยายการเคลื่อนที่ของวัตถุในตัวอย่าง 8.2
2. วัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย ขณะที่วัตถุอยู่ที่ตำแหน่งสมดุล ปริมาณใดบ้างที่เป็นศูนย์
3. จงเปรียบเทียบมุมเฟสของกราฟตามสมการ $v = A\omega \cos(\omega t + \phi)$ และ $a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$
4. $x = A \sin(\omega t + \phi)$ และ $x = A \cos(\omega t + \phi)$ เป็นสมการการกระจัดของวัตถุที่มีการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย สมการทั้งสองแตกต่างกันอย่างไร
5. ลูกตุ้มเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายระหว่างจุด A และจุด C โดย B เป็นจุดต่ำสุด ดังรูปจงเขียนแผนภาพแสดงแรงกระทำต่อลูกตุ้มในขณะที่ลูกตุ้มอยู่ที่จุด A จุด B และจุด C
6. จงอธิบายหลักการพ้องในห้องเรียน (หรือห้องปฏิบัติการ) ระบุอุปกรณ์ที่ใช้ วิธีการและผลที่เกิดขึ้น





ปัญหาท้ายบทที่ 8 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

1. ส้อมเสียงอันหนึ่งสั่น 5,000 รอบในเวลา 20 วินาที คาบและความถี่ของส้อมเสียงมีค่าเท่าใด

(0.004 s, 250 รอบต่อวินาที)

2. ในการบันทึกภาพการกระพือของนกชนิดหนึ่ง พบว่านกกระพือปีกด้วยความถี่ 20 Hz คาบและความถี่เชิงมุมของการกระพือปีกเป็นเท่าใด

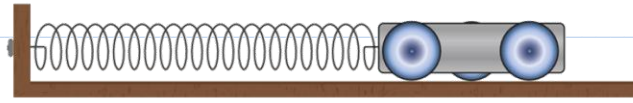
(0.05 วินาที, 125.66 rad/s)

3. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายตามแนวแกน x มีคาบการเคลื่อนที่เป็น 6 วินาที มีสมการการเคลื่อนที่เป็น $x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ เมื่อ A และ T เป็นค่าคงตัว t เป็นเวลา เวลาที่ใช้เคลื่อนที่จากตำแหน่ง $x = 0$ ไป $x = \frac{1}{2}A$ มีค่าเท่าใด

(0.5วินาที)



4. รถทดลองติดอยู่กับปลายข้างหนึ่งของสปริงที่วางบนพื้นราบลื่น ตรึงปลายอีกข้างหนึ่งของสปริงไว้ ดังรูป

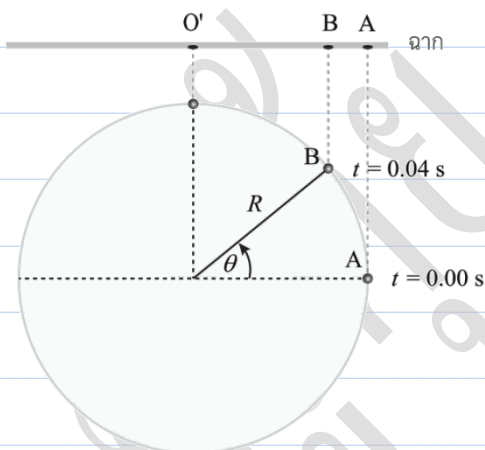


ถ้ารถเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย โดยมีแอมพลิจูด 0.4 เมตร และอัตราเร็วสูงสุดเป็น 2.0 เมตรต่อวินาที ในเวลา 10 วินาที รถวิ่งกลับไปกลับมาได้กี่รอบ (ให้คำตอบติดค่า π) ($\frac{25}{\pi}$ รอบ)

5. อนุภาคมวล 0.2 กิโลกรัม เคลื่อนที่เป็นรัศมีวงกลม 5.0 เซนติเมตร ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงตัว 40π เรเดียนต่อวินาที ทำให้เงาของวัตถุบนฉากเคลื่อนที่กลับไปกลับมาแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายรอบจุด O' ถ้าวัตถุเริ่มเคลื่อนที่จากตำแหน่ง A ถึง B โดยใช้เวลา 0.04 วินาที ดังรูป ขณะที่วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง B จงหาขนาดของ

ก. การกระจัด

(1.55 cm)



ข. ความเร็ว

(190π cm/s)

ค. ความเร่ง

($-2472\pi^2$ cm / s²)



6. สมการการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของอนุภาคเป็น $x = (5.00\text{cm}) \cos\left(\frac{\pi}{60}t\right)$ เมื่อ x เป็นการกระจัดในหน่วย เซนติเมตร t เป็นช่วงเวลากการเคลื่อนที่ในหน่วยวินาที ที่เวลา $t = 10.0$ วินาที

จงหา

ก. การกระจัดของอนุภาค (4.33 cm)

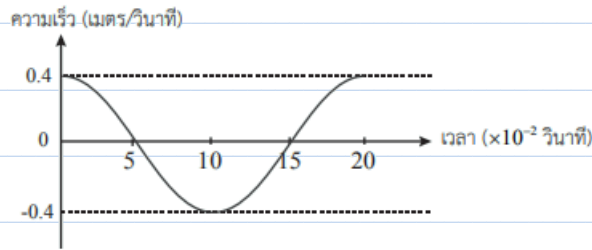
ข. ความเร็ว $(-0.04\pi \text{ cm/s})$

ค. ความเร่ง $(-1.20 \times 10^{-3}\pi^2 \text{ cm/s}^2)$

7. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มีแอมพลิจูด 30 เซนติเมตร มีคาบการเคลื่อนที่ 4 วินาที อัตราเร็วสูงสุดของการเคลื่อนที่มีค่าเท่าใด (0.04 m/s)



8. กราฟระหว่างความเร็วกับเวลาของอนุภาคหนึ่ง เป็นดังรูป



รูป ประกอบปัญหาข้อ 8

ที่เวลา 5×10^{-2} วินาที อนุภาคมีขนาดความเร่งเท่าใด (ให้ตอบติดค่า π) ($4\pi \text{ m} / \text{s}^2$)

9. วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายด้วยแอมพลิจูด 2.00 เซนติเมตร ในแนวระดับ ความเร็วของวัตถุที่ตำแหน่งใดจากตำแหน่งสมดุล ที่มีค่าความเร็วเป็นครึ่งหนึ่งของความเร็วสูงสุด ($\pm 1.73 \text{ cm}$)

10. รถทดลองติดยดสปริงเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย ด้วยแอมพลิจูด 15 เซนติเมตร และความถี่ 4 รอบต่อวินาที จงหาความเร็วสูงสุด และความเร่งสูงสุดของรถทดลอง (3.8 m/s , 94.7 m/s^2)



11. ลูกตุ้มมวล m ผูกเชือกยาว L แกว่งแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มีคาบการแกว่งเป็น 2 วินาที ถ้าใช้ลูกตุ้มมวล $2m$ แกว่งแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ต้องการให้คาบการแกว่งเป็น 1 วินาที ต้องใช้เชือกยาวกี่เท่าของความยาว L
- ($\frac{1}{4}$ เท่า)

12. อนุภาคหนึ่งสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายในแนวแกน y โดยมี การกระจัด ความเร็ว และความเร่งของอนุภาค

ตั้งสมการ $y = A \cos \omega t$

$v = A \sin \omega t$

และ $a = -\omega^2 A \cos \omega t$ ตามลำดับ

- ก. กรอกข้อมูลการกระจัด ความเร็วและความเร่งของอนุภาคที่มุมเฟสต่างๆ ลงในตารางต่อไปนี้

มุมเฟส ωt	การกระจัด y	ความเร็ว v	ความเร่ง a

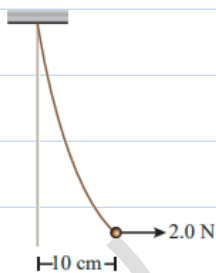
- ข. เขียนกราฟระหว่างการกระจัดกับเวลา ความเร็วกับเวลา และความเร่งกับเวลา



13. แขนมวล 4.0 กิโลกรัมกับสปริงแล้วปล่อยให้สั่นขึ้นลงในแนวดิ่ง ปรากฏว่าวัดคาบการสั่นได้ 2.0 วินาที ถ้า
น้ำหนัก 8.0 กิโลกรัม มาแขวนแทนมวล 4.0 กิโลกรัม แล้วปล่อยให้สั่นขึ้นลงจะสั่นด้วยความถี่เท่าใด

(0.35 Hz)

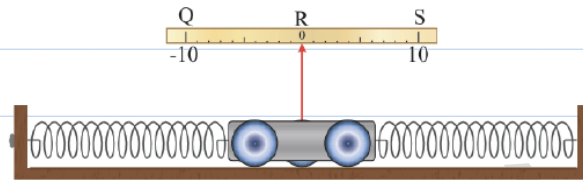
14. เมื่อออกแรง 2.0 นิวตัน ดึงปลายแผ่นสปริงของเครื่องชั่งมวล ปลายแผ่นสปริงเบนไปจากตำแหน่งสมดุล 10
เซนติเมตร ดังรูป ที่ปลายแผ่นสปริงติดมวล 0.3 กิโลกรัม ถ้าดึงปลายแผ่นสปริงเบนไปจากตำแหน่งสมดุล 15
เซนติเมตร แล้วปล่อยมือ จงหา



- ก. ค่าคงตัวสปริง (20 N/m)
ข. คาบของการสั่นของมวล (0.77 s)
ค. ขนาดความเร่งสูงสุดของมวล (-10 m/s^2)



15. รถทดลองมวล 2 กิโลกรัม ปลายทั้งสองยึดติดกับสปริงที่เหมือนกันทุกประการ ดังรูป รถเคลื่อนที่ระหว่างสปริงบนพื้นราบลื่น (ไม่คิดแรงเสียดทาน) ตอนบนของรถติดเข็มชี้จะเคลื่อนที่ระหว่างจุด Q กับ S เป็นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย บนสเกลที่วัดเป็นเซนติเมตร มี R เป็นจุดสมดุล



- ก. ถ้าคาบของการสั่นในหน่วยวินาทีเท่ากับ π แรงดึงกลับที่กระทำต่อรถในหน่วยนิวตันต่อเมตร ณ เวลาเริ่มต้น มีค่าเท่าใด (0.8 N)

- ข. ความเร็วของรถทดลองที่ตำแหน่ง S มีค่าเท่าใด ในหน่วยเมตรต่อวินาที (0 เมตรต่อวินาที)

16. กล้องมวล m ติดอยู่กับปลายข้างหนึ่งของสปริงและอยู่บนพื้นราบลื่นระดับ มีคาบของการสั่น 4.0 วินาที ถ้านำวัตถุมวล 1.0 กิโลกรัม ไปวางบนกล้อง คาบการสั่นเป็น 5.0 วินาที จงหามวลของกล้อง (1.75 kg)



17. ก้อนมวล m อยู่บนแผ่นราบที่กำลังสั่นแบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายในระนาบระดับ ด้วยความถี่ 2.0 เฮิรตซ์ ถ้าก้อนไม้ไผ่บนแผ่นราบ จงหาการกระจัดสูงสุด กำหนดให้สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างก้อนและแผ่นราบเท่ากับ 0.6 (3.7 cm)

18. สมการการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายของวัตถุเป็น $x = (5.00\text{cm}) \cos(3t)$ เมื่อ x เป็นการกระจัดหน่วย เซนติเมตร t เป็นช่วงเวลาการเคลื่อนที่ หน่วยวินาที ที่เวลา $t = 10.0\text{ s}$ จงหา

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| ก. การกระจัดของอนุภาค | (0.771 cm) |
| ข. ความเร็ว | (14.8 cm/s) |
| ค. ความเร่ง | (6.94 cm/s ²) |



19. วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยความถี่ 5 รอบต่อวินาที ในแต่ละช่วงเวลา 1 วินาที วัตถุอยู่มีมุมเฟสต่างกันเท่าใด (10π)

20. ลูกเหล็กกลมมวล 1 กรัม แก้วแบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายมีแอมพลิจูด 2 มิลลิเมตร ความเร่งที่จุดปลายของการแกว่งมีค่า $8 \times 10^3 \text{ m/s}^2$

ก. จงหาความถี่ของการแกว่ง ($3.18 \times 10^2 \text{ Hz}$)

ข. จงหาความเร็วที่จุดสมดุล (4 m/s)

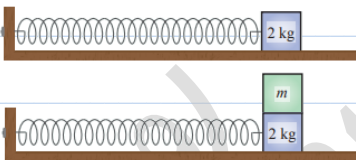
ค. จงเขียนสมการแสดงแรงที่กระทำต่อลูกเหล็กให้เป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและฟังก์ชันของเวลา

$$(F = -m4\pi^2 f^2 A \sin(2\pi ft) \text{ หรือ } F = -8 \sin(200t))$$



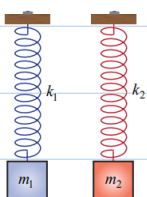
21. วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายรอบจุดสมดุล O ที่อยู่ระหว่างตำแหน่ง A และ B โดยใช้เวลา 1 วินาที ในการเคลื่อนที่จากตำแหน่ง A ไป B ซึ่งอยู่ห่างจากกัน 20 เซนติเมตร ที่ตำแหน่ง A และ B วัตถุจะอยู่นิ่ง ขณะที่วัตถุผ่านตำแหน่ง C ซึ่งอยู่ห่างจาก O เป็นระยะ 6 เซนติเมตร วัตถุจะมีอัตราเร็วกี่เมตรต่อวินาที (0.08π)

22. มวล 2 กิโลกรัม ติดกับปลายลวดสปริงดังรูป ก. ดึงสปริงให้ยืดออกแล้วปล่อยให้วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย บนพื้นราบเกลี้ยง วัตถุเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ ใช้เวลา 1 วินาที ถ้ามีมวลวางทับมวล 2 กิโลกรัมดังรูป ข. ทำให้วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายและครบ 1 รอบใช้เวลา 1.5 วินาที จงหามวล m (2.5 kg)



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 22

23. สปริงสองเส้นมีมวลน้อยมาก ปลายด้านหนึ่งยึดติดกับเพดาน ปลายอีกด้านหนึ่งมีมวล m_1 และ m_2 ติดไว้ดังรูป โดยค่าคงตัวสปริง k_1 เป็น 3 เท่าของค่าคงตัวสปริง k_2 และมวล m_1 เป็น 2 เท่าของมวล m_2 เมื่อออกแรงดึงมวล m_1 และ m_2 ให้สปริงยืดออกเล็กน้อยแล้วปล่อยมวล m_1 จะใช้เวลาในการสั่นครบรอบ เป็นกี่เท่าของมวล m_2 $(\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ เท่า})$



รูป ประกอบปัญหาท้าทายข้อ 22



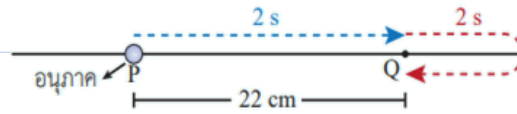
24. อนุภาคเคลื่อนที่ในระนาบระกัณฑ์เคลื่อนที่ได้ 10 รอบ ใช้เวลา 3 วินาที เงามของอนุภาคเคลื่อนที่เป็นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย โดยมีแอมพลิจูด 8.0 เซนติเมตร ณ ตำแหน่งที่ เงามของอนุภาคมีอัตราเร็วสูงสุด มีขนาดของการกระจัดเท่าใด และอัตราเร็วสูงสุด มีค่าเท่าใด (1.67 m/s)

25. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ด้วยความถี่ 3 รอบต่อวินาที ถ้าแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ 2 cm อัตราเร็วสูงสุดของการเคลื่อนที่มีค่าเท่าใด ($\pm 0.12\pi m/s$)

26. วัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย มีแอมพลิจูด 10 เซนติเมตร มีความถี่ 2 รอบต่อวินาที ณ ตำแหน่งที่มีการกระจัด 7 เซนติเมตร วัตถุจะมีความเร่งเท่าใด ($1.12\pi m/s^2$)



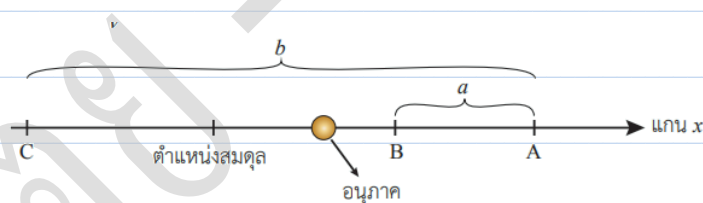
27. อนุภาคนิ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายโดยใช้เวลา 2 วินาที ในการเคลื่อนที่ผ่านจุด P ไป Q ซึ่งอยู่ห่างกัน 22.0 เซนติเมตร ขณะผ่าน P และ Q อนุภาคมีอัตราเร็วเท่ากัน อีก 2 วินาที ต่อมาวัตถุเคลื่อนที่กลับมาที่ Q



จงหาคาบและแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่

(8 s, 15.6 cm)

28. A B C เป็นจุดบนเส้นตรงเส้นหนึ่ง อนุภาคนิ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายที่ตำแหน่ง B และ C อนุภาคจะอยู่นิ่งโดยจุด B และ C อยู่ห่างจาก A เป็นระยะ a และ b ตามลำดับ ที่จุดกึ่งกลางของ B และ C อนุภาคมีความเร็ว v



จงแสดงให้เห็นว่า คาบของการเคลื่อนที่มีค่าเท่ากับ $\frac{\pi(b-a)}{v}$



29. ล้อวงกลมอันหนึ่งมีรัศมี 0.3 เมตร ที่ของล้อติดวัตถุไว้ก้อนหนึ่ง ล้อหมุนด้วยความถี่ 0.5 รอบต่อวินาทีรอบแกนหมุนในแนวแกนซึ่งอยู่กับที่ ขณะนั้นมีแสงแดดตดตั้งฉากกับพื้นโลกทำให้เงาของวัตถุเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย

ก. คาบของการเคลื่อนที่ของเงามีค่าเท่าใด (2 s)

ข. ความถี่ของการเคลื่อนที่ของเงามีค่าเท่าใด (0.5 Hz)

ค. แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ของเงามีค่าเท่าใด (0.3 m)

ง. จงเขียนสมการแสดงการกระจัดในการเคลื่อนที่ ณ เวลาต่างๆ กำหนดให้มุมเฟสเริ่มต้นเป็นศูนย์
[$x = 0.3 \sin(\pi t)$]

30. เชือกเส้นที่หนึ่งยาว L เชือกเส้นที่สองยาว 2L ต่างมีมวลติดที่ปลายเชือก เมื่อทำให้มวลแกว่งแบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย ถ้าอัตราเร็วสูงสุดของมวลที่ปลายเชือกทั้งสองมีค่าเท่ากัน แอมพลิจูดของมวลที่ปลายของเชือกเส้นที่หนึ่งเป็นกี่เท่าของเชือกเส้นที่สอง (0.707 เท่า)



31. การกระจัดของอนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย เป็นฟังก์ชันของเวลา ดังสมการ

$$x = (2m) \sin \left(3\pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

จงหา

- | | |
|---------------------------------|---|
| ก. การกระจัดที่เวลา $t = 2.0$ s | (1.414 m) |
| ข. มุมเฟสที่เวลา $t = 2.0$ s | $\left(\frac{25\pi}{4} \right)$ เรเดียน |
| ค. ความเร่งสูงสุด | $(18\pi^2 m / s^2)$ |
| ง. สมการความเร็วที่เวลา t | $(v = 6\pi \cos \left(3\pi t + \frac{\pi}{4} \right))$ |
| จ. สมการความเร่งที่เวลา t | $(a = -18\pi^2 \sin \left(3\pi t + \frac{\pi}{4} \right))$ |



32. อนุภาคหนึ่งมีการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายรอบจุด $x = 0$ ที่เวลา $t = 0$ อนุภาคมีการกระจัด 0.02 เมตร และความเร็วเป็นศูนย์ ถ้าความถี่ของการเคลื่อนที่ 0.25 Hz

จงหา

- | | |
|---------------------------------|------------------------------|
| ก. คาบ | (4s) |
| ข. ความถี่เชิงมุม | (0.5π เรเดียนต่อวินาที) |
| ค. แอมพลิจูด | (0.02 m) |
| ง. อัตราเร็วสูงสุด | (0.01π m/s) |
| จ. อัตราเร็วที่เวลา $t = 3.0$ s | (0.01π m/s) |



33. อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่าย มีการกระจัดดังสมการ $y = (1.0\text{m}) \cos\left(10t - \frac{\pi}{6}\right)$

จงหา

ก. ความถี่ $\left(\frac{5}{\pi}\text{Hz}\right)$

ข. การกระจัดสูงสุด (1 m)

ค. ความเร็วสูงสุด (10 m/s)

ง. ความเร่งสูงสุด (100 m/s^2)

จ. การกระจัด ความเร็วและความเร่งที่เวลา $t = 2.0\text{ s}$ $(0.81\text{ m}, -5.87\text{ m/s}, -81\text{ m/s}^2)$